NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2005

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.*
	Del II: Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
	Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
	Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter.
	Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
	Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
	Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 44 poäng.
	Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. Du ska dessutom ha minst 13 vg-poäng.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ______________________________

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_1^3 (x^2 - 1)\,\mathrm{d}x$ (2/0)

2. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = 4\cos 3x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $f(x) = (3 - 2x)^6$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $f(x) = x^2 \cdot \mathrm{e}^{3x}$ *Endast svar fordras* (0/1)

3. Vilka två av funktionerna $F(x)$ nedan är primitiv funktion till $f(x) = 3x^5 + 1$? *Endast svar fordras* (1/0)

A $F(x) = \dfrac{3x^4}{4}$

B $F(x) = 15x^4$

C $F(x) = 0{,}5x^6 + x$

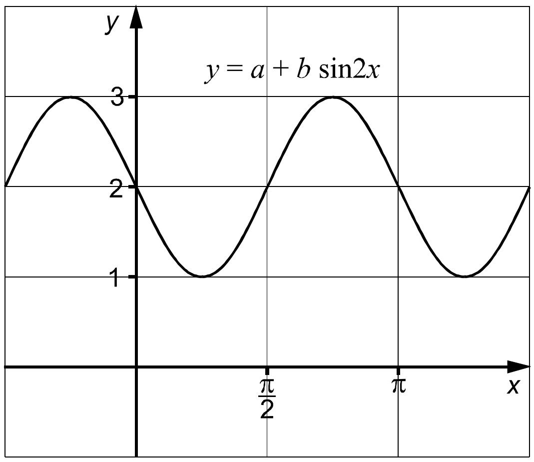
D $F(x) = x^6 + 2x$

E $F(x) = \dfrac{x^6}{3} + x + 1$

F $F(x) = \dfrac{x^6}{2} + x - 14$

4. Ordna följande tal i storleksordning:
$a = \sin 24°$, $b = \cos 100°$ och $c = \sin 165°$
Motivera ditt svar. (1/1)

5. Figuren visar grafen till funktionen $y = a + b \sin 2x$
Bestäm konstanterna a och b. *Endast svar fordras* (1/1)



6. Vilket av följande uttryck A – F kan förenklas till 1?
Endast svar fordras (0/1)

A $(\sin x + \cos x)^2$

B $(\sin x - \cos x)^2$

C $(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)$

D $\cos x(\tan x \cdot \sin x + \cos x)$

E $\dfrac{\sin x}{\cos x} + \dfrac{\cos x}{\sin x}$

F $2(\sin x + \cos x)$

7.

Antalet starar i Sverige har undersökts sedan 1979. Resultaten av denna undersökning kan matematiskt beskrivas med differentialekvationen:

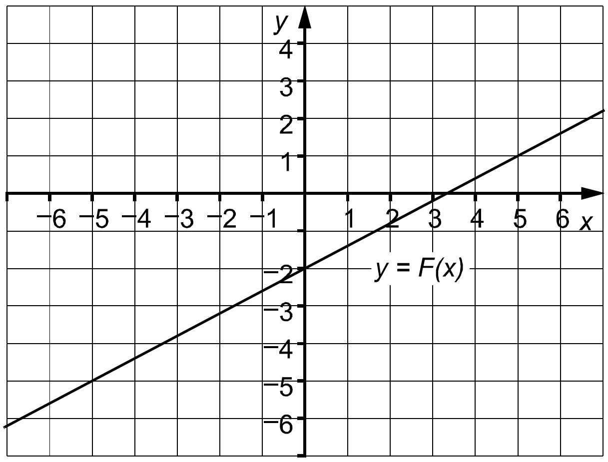
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\,0{,}03 \cdot y$, där y är antalet starar vid tiden t år från 1979.

Förklara med egna ord innebörden av differentialekvationen i detta sammanhang. (1/1)

8. I triangeln ABC är vinkeln $A = 90°$
Visa att $\sin B = \cos C$ (0/1/¤)

9. Funktionen F är primitiv funktion till f
Figuren nedan visar $y = F(x)$

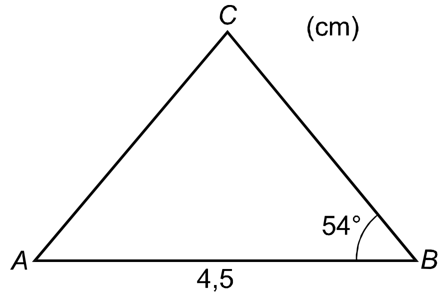
Bestäm $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ (0/2/¤)



Del II

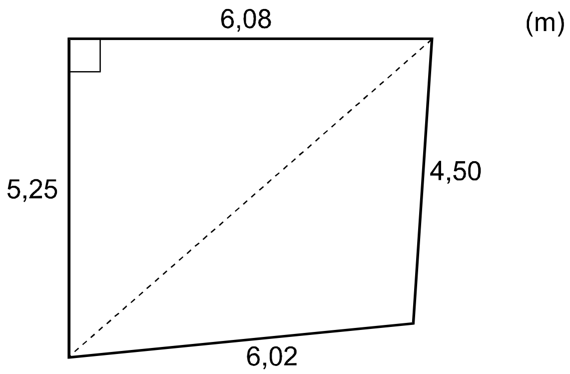
Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. I triangeln ABC är sidorna AC och BC lika långa.
Beräkna triangelns area. (2/0)



11. Beräkna med hjälp av primitiv funktion arean av det område som begränsas av funktionerna $f(x) = x^2 + x + 1$ och $g(x) = 9 - x$ (3/0)

12. Daniel och Linda tittar på en lägenhet. Enligt uppgift är vardagsrummet 31,2 m^2. De vill kontrollera om detta stämmer och mäter väggarna och ritar en skiss över rummet. De vet att ett hörn i rummet är rätvinkligt. Så här ser deras skiss ut.



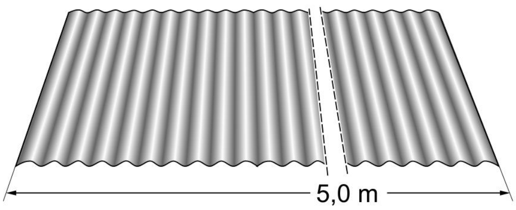
Vilken area har vardagsrummet enligt Daniels och Lindas skiss? (2/2)

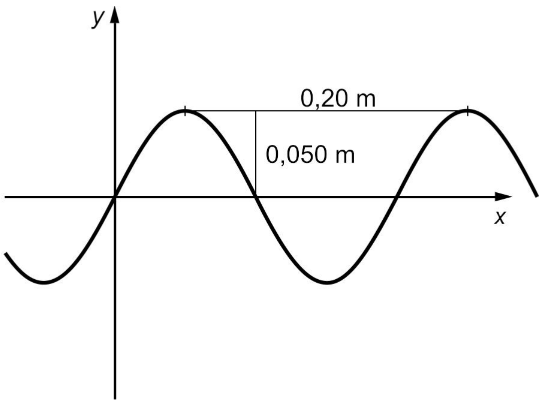
13. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $\sin 3x = 0{,}421$ (2/1)

14. Bestäm *antalet* lösningar till ekvationen $\sin 2x = \frac{x^2}{10} - 1$,

där x mäts i radianer. (1/1)

15. En korrugerad plåt tillverkas genom att en plan plåt veckas. Sedd från sidan har den korrugerade plåten på bilden formen av en sinuskurva med perioden 0,20 m och amplituden 0,050 m.

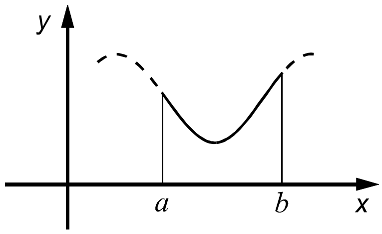




a) Bestäm en formel för ”plåtkurvan” på formen $f(x) = A\sin kx$ (0/1)

Det finns en formel för beräkning av kurvlängd. Enligt denna gäller att längden s av en kurva $y = f(x)$ från $x = a$ till $x = b$ kan beräknas som:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$$

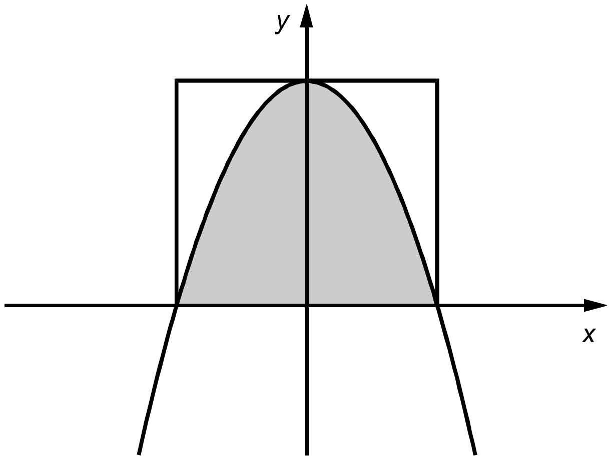


b) Hur lång *plan* plåt ska man utgå ifrån för att den korrugerade plåtens längd ska bli 5,0 m? (0/3/¤)

16. För vilka värden på konstanterna a och b gäller det att funktionen $f(x) = ax^2 + bx - \sin 3x$ har ett lokalt maximum för $x = 0$? (1/2/¤)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

17. Figuren visar en parabel och en rektangel i ett koordinatsystem. Det skuggade området är begränsat av parabeln och x-axeln. Arean av det skuggade området kallas i fortsättningen parabelarean.



Två av rektangelns hörn sammanfaller med kurvans skärningspunkter med x-axeln.
En av rektangelsidorna tangerar kurvans maximipunkt.

I den här uppgiften ska du undersöka förhållandet mellan parabelarean och rektangelarean.
Låt parabelns ekvation vara $y = b - ax^2$, där a och b är positiva tal.

- Du kan då börja t.ex. med att sätta $b = 9$ och $a = 1$ och rita grafen till funktionen $y = 9 - x^2$. Bestäm därefter förhållandet mellan parabelarean och rektangelarean.

- Välj själv andra exempel och försök formulera en slutsats utifrån dina valda exempel.

- Undersök om din slutsats även gäller i det allmänna fallet med parabeln $y = b - ax^2$

Om du vill kan du istället undersöka det allmänna fallet direkt. (3/4/¤)

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2005 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0													x	x		x		x												
2a	1	0									x							x														
2b	1	0									x							x														
2c	0	1									x											x										
3	1	0													x			x														
4	1	1					x		x									x				x	x	x								
5	1	1						x										x				x										
6	0	1							x													x										
7	1	1												x				x	x			x		x								
8	0	1	¤				x		x	x												x	x		x			x		x		
9	0	2	¤												x	x								x	x	x		x				
10	2	0								x								x		x												
11	3	0													x	x		x		x												
12	2	2								x								x		x		x		x	x							
13	2	1							x				x					x		x		x			x							
14	1	1											x					x		x		x			x							
15a	0	1						x														x		x								
15b	0	3	¤								x						x					x		x	x			x				
16	1	2	¤		x						x	x										x	x	x				x	x			
17	3	4	¤												x	x		x	x	x		x	x	x	x			x	x			
Σ	22	22		0/1			8/8				14/13																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget	
Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	För provbetyget Mycket väl godkänd gäller utöver kraven för Väl godkänd att eleven ska ha visat prov på minst *tre av de fyra* MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa (se tabellen nedan). Eleven ska dessutom ha minst 13 vg-poäng.

	Uppgift				
MVG-kvalitet	8	9	15b	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○	○	○	○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					○
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	○			○	○
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				○	○

Bedömningsanvisningar (MaD vt 2005)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 2/0**
		Korrekt primitiv funktion	+1 g
		med godtagbart svar ($6\frac{2}{3}$)	+1 g
2.			**Max 2/1**
	a)	Korrekt svar ($f'(x) = -12\sin 3x$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($f'(x) = -12(3-2x)^5$)	+1 g
	c)	Korrekt svar ($f'(x) = 2x \cdot e^{3x} + 3x^2 \cdot e^{3x}$)	+1 vg
3.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (C och F)	+1 g
4.			**Max 1/1**
		En godtagbart motiverad olikhet, t ex $b < a$ eftersom b är negativ	+1 g
		med godtagbart motiverad ordning mellan alla tre talen ($b < c < a$)	+1 vg
5.			**Max 1/1**
		Korrekt svar ($a = 2$)	+1 g
		Korrekt svar ($b = -1$)	+1 vg
6.			**Max 0/1**
		Korrekt svar (D)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		**Max 1/1**
	Godtagbar ansats, t ex anger att antalet starar minskar.	+1 g
	Godtagbar förklaring ("Antalet starar har sedan år 1979 minskat med ändringshastigheten 3 % per år av det aktuella antalet")	+1 vg
8.		**Max 0/1/¤**
	Godtagbar ansats, t ex skissat en figur och fört in godtagbara beteckningar	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder genom att utnyttja definitionen för trigonometri eller triangelsatserna.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra bevis genom att visa att likheten gäller för alla vinklar *B* och *C*.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

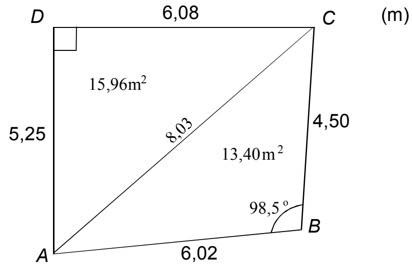
Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
9.		**Max 0/2/¤**
	Redovisad godtagbar metod, t ex $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{3}{5}x - 2\right]_0^5$	+1 vg
	med godtagbart svar (3)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	utveckla problemet genom att tolka problemsituationen och välja att använda integralkalkylens huvudsats för att lösa problemet.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Del II

10.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t ex bestämmer längden av de lika sidorna	+1 g
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning (7,0 cm^2)	+1 g
11.		**Max 3/0**
	Godtagbart tecknad integral för arean	+1 g
	med korrekt primitiv funktion	+1 g
	med korrekt svar (36 a.e.)	+1 g

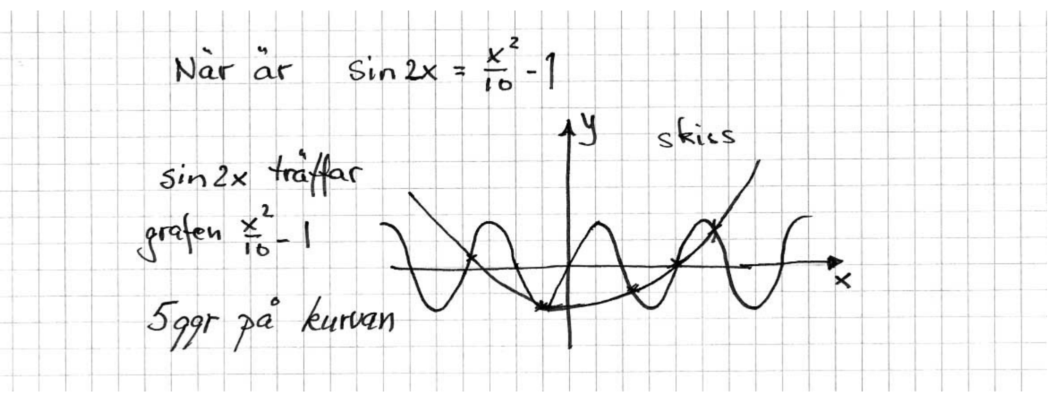
Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
12.		**Max 2/2**
	Godtagbar ansats, t ex beräknar diagonalen	+1 g
	Beräknar någon vinkel i triangeln ABC	+1 g
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning med godtagbart svar (29,4 m^2)	+1-2 vg



13.		**Max 2/1**
	Godtagbar bestämning av en vinkel ($8{,}3°$ eller $51{,}7°$)	+1 g
	Godtagbar bestämning av ytterligare en vinkel ($8{,}3°$ eller $51{,}7°$)	+1 g
	med korrekt periodicitet ($x_1 = 8{,}3° + n \cdot 120°$ och $x_2 = 51{,}7° + n \cdot 120°$)	+1 vg
14.		**Max 1/1**
	Godtagbar ansats, t ex skissar grafen/graferna	+1 g
	med ett korrekt antal lösningar (6)	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning (1 g)



Kommentar: Eleven har gjort en godtagbar skiss av graferna men missat en skärningspunkt vid avläsningen.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
15.		**Max 0/4/¤**
a)	Funktion med korrekt amplitud och period ($f(x) = 0{,}050\sin 10\pi x$)	+1 vg
b)	Godtagbar ansats, t ex bestämmer derivatan och tecknar en integral med korrekt integrand	+1 vg
	Visar insikt om att integralen måste bestämmas numeriskt, t ex med grafräknarens inbyggda program för integralberäkning	+1 vg
	med godtagbart svar (7,3 m)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	formulera och utveckla metoder genom att inse att integralen måste lösas med någon numerisk metod och utför beräkningarna med metoden, t ex grafräknarens inbyggda program.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

16.		**Max 1/2/¤**
	Godtagbar ansats, t ex deriverar *f* korrekt	+1 g
	Bestämmer *b* så att $f'(0) = 0$ ($b = 3$)	+1 vg
	Visar insikt om att lokalt maximum ges av $f''(x) < 0$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod genom att utnyttja reglerna för derivering som underlag för sitt resonemang.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	utföra analys av matematiska resonemang genom att visa att $a < 0$ är ett nödvändigt villkor.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	utföra redovisningen välstrukturerat med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på en elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$f(x) = ax^2 + bx - \sin 3x$ max för $x = 0$

$f'(x) = 2ax + b - 3\cos 3x$ $f'(0) = 0$

$f'(0) = 2a \cdot 0 + b - 3\cos 3 \cdot 0$

$f'(0) = b - 3$

$b - 3 = 0$

$b = 3$

$f(x) = ax^2 + 3x - \sin 3x$

$f''(x) = 2a + 6\sin 3x$

$f''(0) = 2a + 6\sin 3 \cdot 0$

$f''(0) = 2a$

för att $f(x)$ ska ha maximum måste

$f''(x) < 0$

$2a < 0$

$a < 0$

$f(x) = -ax^2 + 3x - \sin 3x$

Kommentar: Eleven har använd generell metod och erhållit att *a* måste vara mindre än noll men har ej undersökt vad som händer då $a = 0$. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt. Eleven visar två MVG-kvaliteter.

Elevlösning 2 (1g och 2vg och tre av MVG-kvaliteterna)

$f(x) = ax^2 + bx - \sin 3x$

Lokalt maximum för $x = 0$?

Derivering ger:

$f'(x) = 2ax + b - 3\cos 3x$

$f'(0) = 0 \Rightarrow b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3$

$f''(x) = 2a + 9\sin 3x$

Om $a = 0$ då $x = 0 \Rightarrow f''(0) = 0$

Om $a < 0$ då $x = 0 \Rightarrow f''(0) < 0$ max. punkt

Om $a > 0$ då $x = 0 \Rightarrow f''(0) > 0$ minimum

Kontroll av $f''(0) = 0$ då $a = 0$

$f'(x) = 3 - 3\cos 3x = 3(1 - \cos 3x)$

Teckenstudium visar att $f'(x) > 0$ kring $x = 0$

dvs terasspunkt

Svar. f har maximum för $x = 0$ om $a < 0$

Kommentar: Eleven har utfört en korrekt beräkning. Undersökning av $a = 0$ är gjort. Även en undersökning av $a > 0$ är utfört, vilket inte är nödvändigt för att erhålla alla MVG-kvaliteter i uppgiften. Eleven visar tre MVG-kvaliteter.

Uppg. Bedömningsanvisningar Poäng

17. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven bestämmer förhållandet mellan areorna i något specialfall
1-2 g</td><td>Eleven visar säkerhet i lösning av problemet genom att bestämma förhållandet mellan areorna i minst två specialfall korrekt
2 g och 1 vg</td><td>Eleven väljer att med generell metod teckna uttryck för areorna och gör detta korrekt i det allmänna fallet
2 g och 2 vg</td><td>2/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td>Eleven har dragit en slutsats utifrån minst 2 specialfall
1 g</td><td colspan="2">Eleven har dragit korrekt slutsats utifrån specialfall där både a och b varieras eller utifrån det allmänna fallet
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td></td><td colspan="2">Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar de två första punkterna eller det allmänna fallet. Det matematiska språket är acceptabelt
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

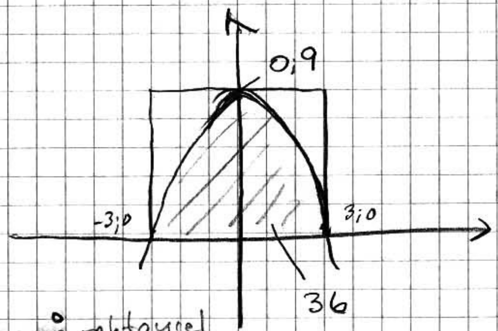
MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod genom att vid genomförandet av beräkningarna använda allmänna beteckningar för variablerna.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera och tolka resultat och dra korrekta slutsatser.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra analys av sina resonemang genom att visa att förhållandet mellan areorna är $\frac{2}{3}$ och detta gäller för alla positiva *a* och *b*.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	utföra redovisningen välstrukturerat med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17.

Elevlösning 1 (3 g och 2 vg)

1



$x_1 = -3$

$x_2 = 3$

arean på rektangel — arean på parabeln

54ae och 36ae

$\frac{54}{36} = 1,5$

---

2 $b = 8$

$x_1 = -2,828427$

$x_2 = 2,828424$

Arean parabel = 30,16988933

Arean rektangel = 45,254832

$\frac{\text{Area parabel}}{\text{– " – rektangel}} = 1,49999 \approx 1,5$

---

3. $b = 6$

$x_1 = -2,44949$

$x_2 = 2,44949$

Arean parabel = 19,59591794

– " – rektangel = 29,39388

$\frac{\text{Area parabel}}{\text{– " – rektangel}} = 1,500$

Slutsats; När du varierar b varieras naturligtvis parabelarena konstant, Den rektangel som sträcker sig från nollställena (där kurvan $b-ax^2$ skär x-axeln) till maximumnivån kommer också att ändras konstant. Den konstanten kommer att vara 1,5. Alltså rektangelns area kommer hela tiden att vara 1,5 gånger större parabelarean.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/1	Eleven bestämmer förhållandet mellan areorna i minst två fall
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven har dragit en slutsats utifrån sina beräkningar.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	Beräkningarna är utförda med räknare. Det matematiska språket är acceptabelt, speciellt slutsatsen.
Summa		**3/2**	

Kommentar: Kvaliteten med avseende på det matematiska språket bedöms vara precis på gränsen till att erhålla 1 vg-poäng.

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg och ¤)

$y = b - ax^2$ $\quad b > 0$, $a > 0$

$y = -ax^2 + b$ $\quad y = 0$; $x^2 - \frac{b}{a} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{b}{a}}$

Parabelarean:

$$2\cdot\int_0^{+\sqrt{\frac{b}{a}}} (b - ax^2)\,dx = 2\left[bx - \frac{ax^3}{3}\right]_0^{\sqrt{\frac{b}{a}}} =$$

$$= \left(b\cdot\sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{a\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}^3}{3} - 0\right)\cdot 2 = 2b\sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{b}{a}}^3$$

Rektangelarean:

$2\sqrt{\frac{b}{a}}$ gånger $y = ?$ i maxpunkten.

Maxpunkten ligger alltid på $x = 0$ (där derivatan är noll), alltså:

$$2\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot(-a\cdot 0^2 + b) = 2\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot b$$

Förhållandet mellan R_{area} och P_{area} är:

$$\frac{2\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot b}{2b\cdot\sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{b}{a}}^3} = \frac{2\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot b}{\sqrt{\frac{b}{a}}\left(2b - \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{b}{a}}^2\right)} =$$

$$= \frac{2b}{2b - \frac{2}{3}a\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{2b}{2b - \frac{2}{3}a\cdot\frac{b^2}{a^2}} = \frac{2b}{b\left(2 - \frac{2}{3}\frac{b}{a}\right)} =$$

$$= \frac{2}{2 - \frac{2}{3}\frac{b}{a}} = \frac{2}{2\left(1 - \frac{1}{3}\frac{b}{a}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}\frac{b}{a}}$$

Svar: Förhållandet är $\frac{1}{1 - \frac{1}{3}\frac{b}{a}}$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven har ej dragit korrekt slutsats.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/3/¤**	

Kommentar: Eleven använder generell metod, utför redovisningen välstrukturerat med i huvudsak korrekt matematiskt språk. Eleven genomför analys av sina resonemang. Felet i beräkningarna kan anses vara av lapsus karaktär, men eleven skulle ha haft möjlighet att kontrollera resultatet. Eleven visar tre MVG-kvaliteter.